الرياضيات في العمليات الفندقية

الفائِدةَ المُركبَّة

البحث: الخامس

أولاً: مفهوم الفائدة المركبة54
أولاً: تعريف الفائدة المركبة54
ثالثاً: العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة65

محتويات الوحدة

- مفهوم الفائدة المركبة.
- تعريف الفائدة المركبة.
- العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.

مفهوم الفائدة المركبة

استعرضنا بالبحث السابق مفهومَ الفائِدة البسيطَة وكَيفيَة حِسابهَا وبَّينا أنَّها تُطبَّق في الآجل القَصيرة، أمَّا بالنسبة للاستثمارات في الآجال الطَّويلة فإنَّنا نُطبَّق الفائدةَ المركَّبة، حيثُ يتم إضافةُ الفوائد المترتَّبة في نهاية كلِ دورة مَالية عَلى المَبلغ الأصلي ليتكَّون مبلغ جديد.

تعريف الفائدة المركبة

هي المردودُ المالي النَّاتج مِن استثمَار مَبلغ مِن المَال خلالَ مدةً زمنيّة محدَّدة بمعدَّل فائِدة سنوية مُعيَّنة بحيث يُضافُ هذا المَردُود إلى المَبلغ الأصلي فِي نهَاية كلَّ دَورة زمنية.

الرمُوز المُستخدمَة

قيمة المَبلغ الأصلي	**C**
المدَّةُ الزمنية	**n**
المعدَّل	**i**
الفائدةُ المركبَّة	**I**
الجُملة	C_n

تعريف الفائدة المركبة

الجُملة بالفائِدة المُركبَّة

يمكن إيجاد جملة المبلغ بالفائدة المركبَّة باستخدام القانون الآتي:

$$C_n = C\,(1+i)^n$$

لإيجادِ القِيم المُتعلّقة بالمِقدار $(1 + i)^n$ يُمكِن استخدَام الآلة الحَاسبة أو باستخدامِ جَداول أعدَّت لذلك تُدعى جَداول الفائِدةَ المُركبَّة والتي تَختلِف قِيمَتهَا بحَسب المُعدَّل والمدَّة كَما يأتي:

تعريف الفائدة المركبة

	0.0525	0.055	0.0575	0.06
0	1000000	1000000	1000000	**1000000**
1	1.052500	1.055000	1.057500	**1.060000**
2	1.107756	1.113025	1.118306	**1.123600**
3	1.165913	1.174241	1.182609	**1.191016**
4	1.227124	1.238825	1.250609	**1.262477**
5	1.291548	1.306960	1.322519	**1.338226**
6	1.359354	1.378843	1.398564	**1.418519**
7	1.430720	1.454679	1.478981	**1.503630**
8	1.505833	1.534687	1.564023	**1.593848**
9	1.584889	1.619094	1.653954	**1.689479**
10	1.668096	1.708144	1.749056	**1.7900848**

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

ما جُملة مَبلغ قدَّرهُ 30000 ل.س استُثمِر لمُدَّة 7 سنوات بمعدَّل فائِدة مُركَّبة 6% سنوياً.

نستَخرج قِيمَة المِقدَّار من الجَدول $(1.06)^7 = 1.503630$

C= 30000 i= 6% n= 7 C_n=?

$C_n = C(1+i)^n$

$C_n = 30000(1.06)^7$

$C_n = 30000\ (1.50363)$

$C_n = 45108.9$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

لحسابِ جُملة مبلغ 100000 ل.س استثمرهُ فَادي في مصرفٍ يُعطي فائدة مركبة بمعدل 5% سنوياً ولمدة 5 سنوات.

C= 100000 i= 5% n= 5 C_n=?

$$C_n = C(1+i)^n$$
$$C_n = 100000(1.05)^5$$
$$C_n = 127628.15$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

لإيجادِ مَبلغ استُثمَر مُنذ 10 سنوات بمعدَّل فَائِدة مُركبَّة 5% فأعطَى جُملة قدرُهَا 200000 ل.س

$i= 5\%$ $n= 10$ $C_n=200000$ $C= ?$

$$200000 = C(1.05)^{10}$$
$$C = \frac{200000}{(1.05)^{10}}$$
$$C = 122782.65$$

تعريف الفائدة المركبة

الفائدةُ المركَّبة

ويُمكن إيجادُ الفائدة المركَّبة كما يلي:

$C_n = C + I$

$I = Cn - C$

$I = C\ (1+i)^n - C$

$$I = C\ [(1+i)^n - 1]$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

لحساب الجُملة المركَّبة لمبلغ 200000 ل.س أودعَ بمصرف بفائدة مركبة معدّلها 9% ولمدَّة 5 سنوات

C_n=?. n= 5 i= 9% C= 200000

$$C_n = C(1+i)^n$$

$$C_n = ٢٠٠٠٠٠ (1.09)^5$$

$$C_n \approx 307725$$

ولحساب مقدار الفائدة

$$I = C_n - C$$

$$I = 307725 - 200000$$

$$I \approx 107725$$

طريقة ثانية:

$$I = C [(1+i)^n - 1]$$

$$I = 200000 [(1.09)^5 - 1]$$

$$I \approx 107725$$

تعريف الفائدة المركبة

إضافة الفائدة أكثر من مرة في العام

عند إضافة الفائِدَة أكثَر مِن مَرة فِي العَام يكُون قَانُون الجُملَة المُستخدَم فِي هذهِ الحَالَة هُو:

$$C_n = C\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n\,m}$$

حيثُ m عددُ مرَّات إضافَة الفَائِدة

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:لحسابِ رأس المَال النَاتِج لفُندق الشَهبَاء مِن تَوظِيف مَبلغ 3000000 ل.س فِي مصرِف بفائِدَة مُركَّبة مُعدَلهَا 9% سَنويَاً لمدَّة 10 سَنوات وتُضَاف الفَائِدة مَرتَين فِي العَام.

. C= 3000000 i= 9% n= 10 m = 2 C_n=?

$C_n = C\ (1+\frac{i}{m})^{n\ m}$

$C_n = 3000000\ (1+\frac{0.09}{2})^{10*2}$

$C_n = 3000000\ (1.045)^{20}$

$C_n \approx 7235142.075$

وتُحسَب الفَوائِد النَّاتِجَة مِن هَذا التَّوظِيف

طريقةٌ أولى:

I= Cn – C

I = 7235142.075 – 3000000

I = 4235142.075

تعريف الفائدة المركبة

طريقةٌ ثانية:

$$I = C\left[1+\frac{i}{m}\right)^{n\ m} - 1]$$

$$I = 3000000\ [(1+\frac{0.09}{2})^{10(2)} - 1]$$

$$I = 3000000\ [(1.045)^{20} - 1]$$

$$I = 4235142.075$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق: أودعَ فندق شيراتون في مَصرف مَبلغاً مَا بفائدة مركَّبة معدَّلهَا 6% سَنويَاً لمُدَّة 5 سَنوات فبلغَت الجُملَة 1346855 ل.س بفَرض أنَّ الفَائدَة تُضَاف كُلّ ٣ أَشَهُر.

أوجِد المَبلغ المُودَع.

$C_n = 1346855$ $i = 6\%$ $n = 5$ $m = \frac{12}{3} = 4$ $C = ?$

$$C_n = C\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n\,m}$$

$$1346855 = C\left(1+\frac{0.06}{4}\right)^{5\,(4)}$$

$$1346855 = C\,(1.015)^{20}$$

$$C = \frac{1346855}{(1.015)^{20}}$$

$$C \approx 1000000$$

لإيجَاد الفَوائِد التي تحمَلهَا فُندق شِيراتون

$$I = C_n - C$$

$$I = 1346855 - 1000000$$

$$I = 346855$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

لإيجاد الرصِيد المتكَون لمَبلغ 250000 ل.س كَان قَد استثمرهُ مَكتَب الشَرق للسِياحَة والسَفر مِن 10 سَنوات بمُعدَّل فائِدة مركَّبة 6% تُضاف الفائِدة كُل ٤ أشُهر.

C= 250000 i= 6% n= 10 m = 3 C_n=?

$$C_n = C\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n\ m}$$

$$C_n = 250000\left(1+\frac{0.06}{3}\right)^{10\ (3)}$$

$$C_n \approx 452840$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:
لحسابَ رأسِ المَال المُتكَّون مِن استثمَار مَبلغ 1500000 ل.س لمدَّة سنتين بمعدَّل فائِدة مُركَّبة 6% وتُضَاف الفائدة كل شهرين.

C= 1500000 i= 6% n= 2 m = 6 C_n=?

$$C_n = C\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n\ m}$$

$$C_n = 1500000\left(1+\frac{0.06}{6}\right)^{2\ (6)}$$

$$C_n \approx 1690237$$

ولإيجَاد مِقدار الفَائِدة المُترتَّبة لهَذا الاستِثمَار

$$I = C_n - C$$

$$I = 1690237 - 1500000$$

$$I \approx 190237$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

استثمر مَطعم الربوة مَبلغ 2000000 ل.س بفائِدَة مُركبَة مُعدَّلها 6% سنوياً لمُدة 3 سَنوات عَلى أنْ تُضاف الفَائِدةَ بشكلٍ يَومِي.

ولإيجاد رصيد مطعم الربوة في نهايةِ السنَّة الأولى.

C= 2000000 i = 6% n= 3 m = 365 C_n=?

$$C_n = C\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n\,m}$$

$$C_n = 2000000\left(1+\frac{0.06}{365}\right)^{1(365)}$$

$$C_n \approx 2123662$$

تعريف الفائدة المركبة

ولإيجادِ رصيده في نهايةِ السَّنة الثَّانية

$$C_n = C\ (1+\frac{i}{m})^{n\ m}$$

$$C_n = 2000000\ (1+\frac{0.06}{365})^{2(365)}$$

$$C_n \approx 2254971$$

الرصيد في نهايةِ السَّنة الثَّالثة

$$C_n = C\ (1+\frac{i}{m})^{n\ m}$$

$$C_n = 2000000\ (1+\frac{0.06}{365})^{3(365)}$$

$$C_n \approx 2394400$$

تعريف الفائدة المركبة

المُعدَّل الحقيقي والمُعدَّل الإسميَ الفائدة أكثر من مرة في العام

نتيجَة إضَافة الفائِدة أكثَر مِن مَرَّة بالعَامِ الواحدِ يحقَّق المُقرضُ مُعدَّل فائدةٍ فِعلية أعلَى مِن المُعدَّل السَنوي المُتفَقُ عليه.

حيث تُسمى المعدَّل السَّنوي المتفق عليه بالمعدَّل الإسميّ I

ونسمَّي المُعدَّل الفِعليّ بالمعدَّل الحَقيقي I'

ونَرمزُ لعَدد مرأَّت إضافةِ الفائدة m

ويُمكِن إيجَاد المُعدَّل الحَقيقي السَّنوي

$$I' = (1+\frac{i}{m})^m - 1$$

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

لإيجاد المُعدَّل الحقيقي المُكافئ لمعدَّل اسميّ 6% سنوياً.

١- عند إضافةِ الفائِدة مَرتين بالعَام:

$I = 6\%$ $m=2$ $i' = ?$

$$I' = (1+\frac{i}{m})^{m} - 1$$

$$I' = (1+\frac{0.06}{2})^{2} - 1$$

$$I' = 0.0609$$

$$I' = 6.09\%$$

تعريف الفائدة المركبة

٢-عند إضافةِ الفائِدة كل 4 أشهر:

$I = 6\%$ $m=\frac{12}{4}=3$ $i' = ?$

$$I' = (1+\frac{i}{m})^{m} - 1$$

$$I' = (1+\frac{0.06}{3})^{3} - 1$$

$$I' = 0.0612$$

$$I' \approx 6.12\%$$

تعريف الفائدة المركبة

3-عند إضافةِ الفائِدة شهرياً:

$I = 6\%$ $m=12$ $i' = ?$

$$I' = (1+\frac{i}{m})^{m} - 1$$

$$I' = (1+\frac{0.06}{12})^{12} - 1$$

$$I' = 0.06167$$

$$I' \approx 6.167\%$$

نتيجةٌ

يزدادُ المُعدل الحَقيقي كُلمَا ازداد عَدد مرَّات إضَافة الفَائِدة

تعريف الفائدة المركبة

تطبيق:

أودعَ مَطعَم أليسار مَبلغ 1000000 ل.س فِي مصرفٍ، بمُعدَّل فائِدة 6% سَنوياً لمُدة 3 سَنوات لإيجادِ جُملة المَبلغ لكلّ من الحَالات الآتية:

1- الفائدةُ تُضاف مرَّة واحدة:

C= 1000000 i= 6% n=3 m=1

$C_n = C\ (1+i)^n$

$C_n = 1000000\ (1.06)^3$

C_n 1191016

تعريف الفائدة المركبة

2- الفائدةُ تُضاف مرَّتين:

C= 1000000 i= 6% n=3 m=2

$C_n = C\ (1+\frac{i}{m})^{n\ m}$

$C_n = 1000000\ (1+\frac{0.06}{2})^{3(2)}$

$C_n \approx 1194052$

تعريف الفائدة المركبة

3- الفائدةُ تُضاف شهرياً:

C= 1000000 i= 6% n=3 m=12

$C_n = C\ (1+\frac{i}{m})^{n\ m}$

$C_n = 1000000\ (1+\frac{0.06}{2})^{3(12)}$

$C_n \approx 2898278$

نتيجة

تزدادُ الجُملة كُلمَا ازداد عَدد مرَّات إضَافة الفَائِدة

العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

تختلف قيمَة الفائِدة البسيطَة عن قيمةِ الفائِدة المركَّبة وذلك بحسابِ مدَّة الاستثمَار.

حيث نلاحظ الحالات الآتية:

المدَّة	n=1 سنة	الفائِدة البسيطَة= الفائدة المركَّبة
المدَّة	n>1 سنة	الفائِدة البسيطَة < الفائدة المركَّبة
المدَّة	n<1 سنة	الفائِدة البسيطَة > الفائدة المركَّبة

الفائِدة البسيطَة = المبلغ × المعدَّل × المدة

I = C i n

العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

تطبيق:

أودعَت شَركةَ النَقل السِياحي مَبلغَاً قَدرهُ 200000 ل.س بفَائِدة مُعدلَهَا 9% سنوياً.

لنَحسُب كُلاً مِن الفائِدة البسيطَة والفَائِدة المُركَّبة فِي الحَالات الآتية:

المدة 6 أشهر $n = \frac{6}{12}$

الفائدة البسيطة:

$$I = 200000\ (0.09)\ (\frac{6}{12})$$
$$I = 9000$$

الفائدة المركَّبة:

$$I = 200000\ [(1.09)^{1/2} - 1]$$
$$I \approx 8806$$

الفائدة البسيطةُ أكبر من الفائدة المركَّبة

العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

المدة سنة واحدة n=1

C= 200000 i= 9%

الفائدة البسيطَة:

I= Cin

I= 200000 (0.09)(1)

I= 18000

الفائدة المركَّبة:

$I= C[(1+i)^n -1]$

$I= 200000 [(١+0.09)^1 -1]$

I= 200000 (0.09)

I= 18000

الفائدةُ البسيطةُ = الفائدةُ المركَّبة

العلاقة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

المدَّة سنتان n=2

الفائدة البسيطَة:

$I = 200000\ (0.09)\ (2)$

$I = 36000$

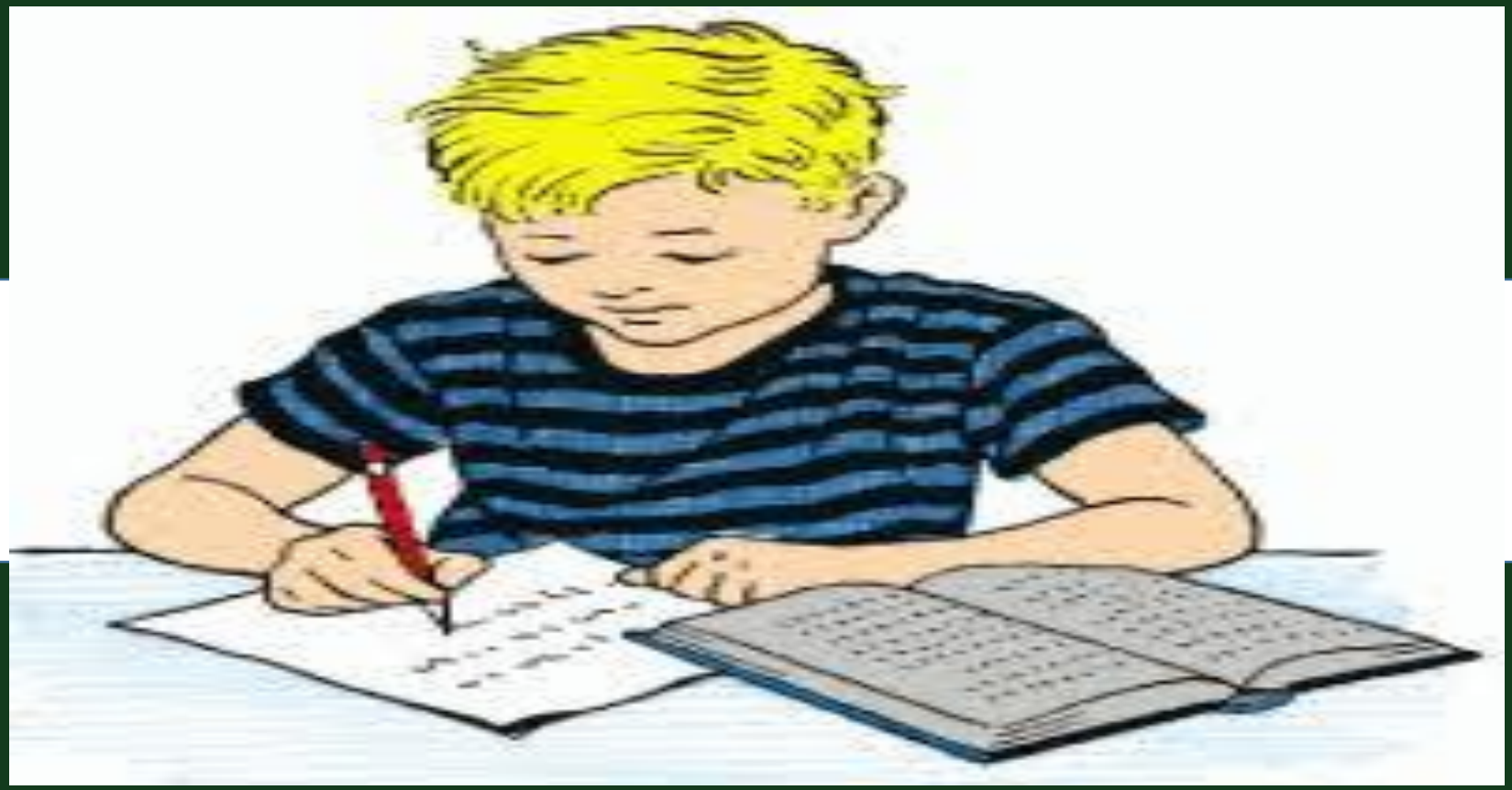
الفائدة المُركَّبة:

$I = 200000\ [(1+0.09)^2 - 1]$

$I = 200000\ (0.1881)$

$I = 37620$

الفائدةُ البسيطةُ أقل من الفائدةُ المركَّبة



انتهى البحث الخامس