الجمهورية العربية السورية

وزارة السياحة

الرياضيات في العمليات الفندقية

الأول الثانوي المهني الفندقي

2021-2020

التَحليل التَوافُقي
Harmonic analysis

نشاط فكري

قرأ يَاسِر وخَالد وهَيا عَلى أحَد مَواقِع الإنترنت عَن حَضَارة وأثَار سُورية

فأحبُوا أن يَزوروا تِلكَ المَناطِق وطَلبوا مِن والِد خَالد أن يُساعِدهُم.

فَقَال وَالِد خَالد: هَيا بِنَا لِنَذهَب إلى مَكتبِ الشَرق للسيَاحَة فهُو صَديقي وسَوفَ يُساعِدنَا بذَلك.

ذَهبُوا إلى مَكتَب الشَرق للسِياحَة والسَفر وطَلبوا منهُ أن يُساعِدهُم بزيَارةِ الأمَاكِن السِياحيَة بسورية، وقَامَ مكتَب الشَرق للسِياحَة بإعدَادِ ثَلاثةَ بَرامِج حَسبَ الوِجهَة السِياحيَة وهِي كَالتَالي:

1- البَرنامِج الأوَّل قَلعَةُ حَلب أسوَاقَها القَديمَة ودِير سَمعَان العَامُودِي.

2- البَرنَامِج الثَّاني أثَار تَدمُر وقَلعَة الحُصّن.

3- البَرنامِج الثَّالث قَلعَةُ دِمَشق والجَامِع الأمَوي وكَنيسَة حَنَانيّنا.

فاِختَلفَ يَاسِر وخَالد وهَيا بالرأي وأي برنَامِج سيختَار كُلاً مِنهُم.

فَهَل لدَيكَ طَريقَة لتُســـاعِد يَاسِـــر وخَالد وهَيا بِاختِيَار البَرنَامِج المُحَبب لهُ وبكَم طَريقَة يُمكِن مُساعدتهُم....؟

أولاً:مفهوم التحليل التوافقي

هُوَ عَدد الطَرائِق والتي يُمكِن مِن خَلالِهَا تَشكِيل مَجمُوعَات جُزئيَة مُختَلِفَة مِن مَجمُوعةٍ أساسيَةٍ تَحوي عَناصِر مُختَلِفَة ثُمَ إيجَاد عَدد هَذهِ المَجمُوعَات الجُزئيَة.

<u>لو إختَرنَا من مَثالنَا السَابق:</u>

البَرنَامِج السِياحِي الأوَّل بـ n1 طَريقَة.

والبَرنَامِج السِياحِي الثَّاني بـ n2 طريقة.

والبرنامج السياحي الثَّالِث بـn3 طَرِيقَة.

فَإنَّ عَدد الطُرق التي مِنَ المُمكِن أن يَختارهَا طَارق وخَالد وهَيا يكُون مُساوياً

لـ .... n1*n2*n3.

ففي مِثالنَا n1 = 3 وتُمَثل خَيارات المَجموعَة الأوَّلى، وn2 = 2 وتُمثل خَيارات المَجموعة الثَّانيَة، و n3 =1 وتُمثل خَيارات المَجموعَة الثَّالِثَة بذلِك يكُون عَدد الخَيارات فِي المِثَالِ السَابِق هُو 3*2*1= 6 ونُمَيز فِي التَحليلِ التوافُقي ثَلاث حَالات:

1-التباديل

بفَرض أنَّهُ لدينَا المَجمُوعَة الكُليَة N والمُؤلَفَة مِن n عُنصُـر، التَبادِيل هُنَا تَبحَث فِي عَدد الطُرق التي يُمكِن مِن خِلالِها إعادة تَرتِيب العَناصِر n دَاخِل المَجمُوعة N .

مثال: لدينَا المجمُوعَة $N = \{a, b, c\}$ بكَم طَريقةٍ نَستطَيع أن نُعيِد تَرتيب هَذهِ العَناصِر دَاخِل هَذهِ المَجمُوعَة؟

لو أعدنَا التَرتيب بشكلٍ يَدوي لوجدنَا مَجمُوعة الخَيارات كمَا يَلي:

a b c , ***a c b*** ***b a c*** ***b c a*** ***c b a*** ***c a b***

نَجد أنَّ عَدد الخَيارات (عَدد التَبادِيل) سِتَة وهِي نَاتِج ضَرب مَا يَلي: 3*2*1

نَستطَيع أن نَستَعيض عَن الحِسابِ اليَدوي بالقَانونِ الرياضِي التَالي:

$$P_n = A_n^n = n!$$

ملاحظة:

إنَّ عَامِليّ أيّ عَدد هُو الجِدَاء المُتناقِص لهذَا العَدد فَعَامِلي العَدد 4 هُو:

4! = 4 * 3* 2 * 1 * 0! حيث 0! =1

وبالتَالي فإنَّ:

$$P_n = A_n^n = n! = n\,(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots 3*2*1*0!$$

تطبيق:

أوجِد تَبادِيل سِتَة عَناصِر.

$$P_6 = A_6^6 = 6! = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 0! = 720$$

2- التراتيبديل

هُو عَدد المَجمُوعَات الجُزئيَة المُؤلفَة كُلاً مِنهَا مِن **k** عُنصُر مِن مَجمُوعَة كُلية **N** مُؤلفَة مِن **n** عُنصُر.

نَرمُز للتَراتِيب بـ $\mathbf{A_n^k}$ حَيثُ:

- n هُو عَدد عَناصِر المَجمُوعَة الكُلَّيَة.
- k هو عَدد عَناصِر المَجمُوعَة الجُزئيَة.

$$\mathbf{A_n^k = n(n-1)(n-2) \dots \dots \dots \dots (n-k+1)} \quad \textbf{ويكُون}$$

تطبيق:

لِيَكُون لدَينَا المَجمُوعَة الكُلَّية **N** والمُؤلفَة مِن 5 عَناصِر كمَا يَلي:

$$\boldsymbol{N = \{5, 4, 3, 2, 1\}}$$

إنَّ عَدد المَجمُوعَات الجُزئيَة المُؤلفَة كُلاً منهَا مِن 3 عَناصِـــر **(k=3)** والتي يُمكِن تَشـــكِيلهَا مِن المَجمُوعَة الكُلِّية **N** السَابِقَة هِي:

$$A_5^3 = 5 * 4 * 3 = 60$$

نُلاحِظ أنَّ هُنَاكَ عَلاقَة أساسيَة تَربُط بَينَ التَبادِّيل والتَرَاتِّيب هِي:

$$P_n = A_n^n = n! = n(n-1)(n-2)\dots\dots(n-k+1)(n-k)\dots 4*3*2*1 * 0!$$

$$= A_n^k \qquad = (n-k)!$$

فَيكُون :

$$P_n = A_n^n = n! = A_n^k * (n-k)!$$

نَجِد أنَّ :

$$A_n^k = \frac{P_n}{(n-k)!} = \frac{A_n^n}{(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

تطبيق:

ما هُو عَدد تَرَاتِّيب مَجمُوعَة كُلِّية مُؤلفَة مِن سَبعِ عَناصِر مَأخُوذَة أربعَّة ف أربعَّة؟

الحلُ:

$$k = 4 \qquad n = 7$$

$$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!}$$

$$A_7^4 = \frac{7*6*5*4*3!}{3!}$$

$$A_7^4 = 7*6*5*4 = 880$$

3-التوافيق

كنا قد ذَكرنَا أن التبادَّيل هِي عَدد الطُرق التي يُمكِن مِن خلالهَا إعَادة تَرتيب العَناصِـــر دَاخِل المَجمُوعة الكلِّية **N** وأوردنا مِثال المَجمُوعة الكلِّية $N = \{a, b, c\}$ وذكرنا أنَّ عناصِـــر المَجمُوعة **N** المُعَاد ترتيبها هي:

a b c , *a c b* ……

نُلاحِظ أنَّ عَناصِر المَجمُوعَة **N** قَد تكرّرت كُل مَرة أثنَاء عَمليَة إعادَة الترتّيب.

فَلُو طَلبنَا عَدم تِكرَّار العَناصِـر، وأثنَاء إعَادة تَرتيبهَا (أي لا يَهمنَا مَكان العُنصِـر دَاخِل المَجمُوعَة إذ ترتيبه فالمُهم أن العنصر قد ظهر وظُهورهُ يكُون لمَرّة واحِدَة فقط) لحَصلنَا عَلى مَا يُسمَّى بالتَوَّافِيق.

فَالتَوَّافِيق هِي المَجمُوعَات التي نَحصَـل عليهَا باختِيارِ كُلِ العَناصِـر أو جُزء مِن عناصِـر مَجمُوعَة كُلِّية **N** دُونَ النَظر لتَرتِيب هَذهِ العَناصِر.

كَم مُتوافَقة نحصَل عَليهَا مِن تَبادُّيل المَجمُوعَة **N** ؟

نَرمُز **للتوافيق** بـ $\mathbf{C_n^k}$ وهي عَدد المَجمُوعات الجُزئية والتي كُل منهَا تَحوي **k** عُنصُر مَأخُوذَة **k** فـ **k** والمُشَّكلة مَن مَجمُوعَة كُلِّية **N** عَدد عناصرهَا **n**

وبالتالي فإنَّ: $\mathbf{C_n^k}$ هي عَدد التَرَّاتيب مَقسُومَاً عَلى تَبادِّيل **k** عُنصُر أيّ **k!** ويكُون:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$$

و لكن $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

إذاً $C_n^k = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!}$

وبالتالي $C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

حَيثُ k هِي عَدد عَناصِر المَجمُوعة الجُزئيَة التي يُراد تَشكيلهَا مِن المَجمُوعة n

و n عدد عَناصِر المَجمُوعة الكلِّية N.

نُـلاحِظ

1- إذَا كَانَت **k=0** فإنَّ $C_n^0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$

2- إذَا كَانَت **k=0** فإنَّ $C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{1!(n-1)!} = n$

3- أوجِد **k = n** ثم **K = n-k**.

تطبيق:

أوجِد تَوَّافِيق مَجمُوعَة كُلِّية مُؤلفَة مِن 10 عَناصِر مَأخُوذَة 3 ، 3 .

تمارين رياضية

n=10

k=3

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\,(10-3)!}$$

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\,7!}$$

$$C_{10}^{3} = \frac{10\,(9)(8)(7!)}{3!\,7!}$$

$$C_{10}^{3} = \frac{10\,(9)(8)}{3\,(2)(1)(0!)}$$

$$C_{10}^{3} = \frac{720}{6} = 120$$

أيّ أنَّ لدينا 720 مَجمُوعَة جُزئيَة مُؤلفَة كُل منهَا مِن 3 عناصِــر يُمكِن تَشــكيلهَا مِن مَجموعَة كُلِّية مُؤلفَة مِن 10 عناصِر.

التَّمرين الأوَّل:

اختر الإجابةَ الصَّحيحة مِمَا يَأتي:

1- نرمز للتوافُّيق بـ:

A) C_n^k B) C_k^n C) K_n^c D) $N_c^k 1$

2- نرمز للتراتُّيب بـ:

A) A_m^k B) A_k^n C) A_n^k D) A_n^m

3- المجموعة الكلية للتبادُّيل نرمز لها بـ:

A) N B) n C) a D) k

4- k هِي عَدد عَناصِر المَجمُوعة بـ:

A) الجُزئيَة B) الكُلِّية C) الكُلِّية والجُزئيَة D) غير ذلك

التَّمرين الثَّاني:

في أحد الفنادق 5 غرف شاغرة، بكم طريقة يمكن إشغال هذه الغرف إذا ورد للفندق 10 ضيوف.

التَّمرين الثَّالث:

ما هي عدد الطرق الممكنة لاختيار مجموعة مؤلفة من ثلاثة فنادق ومطعمين من بين ثلاثين فندقاً وعشرة مطاعم .

قائمة المراجع:

- الدكتور ياسر الجندي – الدكتور قاسم النعيمي – الدكتور عبد الرزاق الفاضل (الرياضيات المالية والعالية) مطبوعات جامعة دمشق 2004-2005.
- سمير عبود – لينا سعد الدين (مبادئ في الرياضيات العامة في الأول ثانوي) المؤسسة العامة للمطبوعات والكتب المدرسية – وزارة التربية، 2005-2006
- الدكتور عبد الهادي الرفاعي – الدكتور محمد عكروش (أساسيات الرياضة للتجارين) مركز التعليم المفتوح- جامعة تشرين- 2007-2008.
- الدكتور إبراهيم العلي، (الرياضيات المالية) جامعة تشرين – 2007-2008.
- محمد سعيد فرهود، (مبادئ المالية العامة) جامعة حلب – 2000 -2001 .

- الدكتور محمد سمير دركزلي- الدكتور سمير موسى حجير، (مبادئ الرياضيات) جامعة حلب – التعليم المفتوح- 2003-2004.
- الدكتور عبد الكريم الحسين – الدكتور عبد الرزاق الفاضل (أساسيات التحليل الرياضي) مطبوعات جامعة دمشق- مركز التعليم المفتوح- 2005-2006.